

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА «МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»**

СОГЛАСОВАНА

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы
факультета

Декан физико-математического

_____/проф. И.А.Танкиев
«27» апреля 2026г.

_____/М.Х.Мальсагов от
от «28» апреля 2026г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.05.02 ТЕОРИЯ ДИСКРЕТНЫХ ФУНКЦИЙ

Направление подготовки

01.03.01 – МАТЕМАТИКА

Квалификация выпускника

БАКАЛАВР

Форма обучения

Очная

Магас 2026

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) «Теория дискретных функций» являются:

- формирование у обучающихся системы знаний о дискретных функциях, рекуррентных соотношениях и дискретных моделях;
- развитие навыков применения дискретного анализа в комбинаторике, теории чисел, информатике и математическом моделировании;
- подготовка будущего учителя математики к использованию методов дискретной математики в педагогической деятельности и научной работе;
- формирование компетенций, необходимых для решения прикладных задач с использованием дискретных функций.

Задачи изучения дисциплины:

- изучить основные понятия теории дискретных функций, рекуррентные соотношения, конечные разности;
- сформировать навыки решения рекуррентных уравнений с постоянными коэффициентами;
- развить умения применять производящие функции и дискретные модели к задачам комбинаторики и естествознания;
- подготовить к использованию полученных знаний в педагогической деятельности и при изучении смежных дисциплин.

Для дисциплин, формирующих профессиональные компетенции:

Формируемые дисциплиной знания и умения готовят выпускника данной образовательной программы к выполнению следующих обобщенных трудовых функций (трудовых функций) в соответствии с Профессиональным стандартом «Педагог (педагогическая деятельность в сфере дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования) (воспитатель, учитель)» (приказ Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от 18 октября 2013 г. № 544н, код профессионального стандарта – 01.001):

Код	Наименование обобщенной трудовой функции / трудовой функции
A/01.6	Общепедагогическая функция. Обучение
A/03.6	Развивающая деятельность
B/03.6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования

2. Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина **Б1.В.05 «Теория дискретных функций»** относится к части, формируемой участниками образовательных отношений, Блока 1 «Дисциплины (модули)» ОПОП.

Логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими элементами ОПОП:

Дисциплина опирается на знания, умения и навыки, полученные студентами при изучении следующих предшествующих дисциплин:

- «Математический анализ»;

- «Линейная алгебра»;
- «Дискретная математика»;
- «Теория вероятностей».

Требования к «входным» знаниям, умениям и готовностям обучающегося:

Обучающийся должен:

- **Знать:** основы дискретной математики; понятие функции и последовательности.
- **Уметь:** выполнять операции с последовательностями; решать простые рекуррентные соотношения.
- **Владеть:** навыками работы с рядами и производящими функциями.

Дисциплины и практики, для которых освоение данной дисциплины необходимо как предшествующее:

- «Дифференциальные уравнения в частных производных»;
- «Численные методы»;
- «Информатика»;
- «Подготовка к итоговой государственной аттестации».

3. Результаты освоения дисциплины (модуля)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции (закрепленный за дисциплиной)	В результате освоения дисциплины обучающийся должен:
УК-1	Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1 – Анализирует дискретные функции и рекуррентные соотношения.	Знать: основные понятия теории дискретных функций; методы решения рекуррентных соотношений.
		УК-1.4 – Синтезирует различные методы для выбора оптимального.	Уметь: применять методы дискретного анализа к задачам.
		УК-1.5 – Критически оценивает полученные решения.	Владеть: навыками решения рекуррентных соотношений и работы с производящими функциями.
ПК-1	Способен осваивать и	ПК-1.1 –	Знать: теоретические

	использовать теоретические знания и практические умения и навыки в предметной области при решении профессиональных задач	Демонстрирует знание теории дискретных функций.	основы дискретного анализа.
		ПК-1.2 – Применяет методы дискретного анализа для решения профессиональных задач.	Уметь: решать задачи с использованием рекуррентных соотношений и конечных разностей.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

№ п/п	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	Семестр	Всего	Лекции	Практика	СРС	Формы контроля
1	Раздел 1. Введение в дискретный анализ	8	14	4	4	6	Собеседование
	Тема 1.1. Дискретные функции. Основные определения.	8	6	2	2	2	
	Тема 1.2. Последовательности и их свойства.	8	8	2	2	4	
2	Раздел 2. Конечные разности и исчисление сумм	8	20	6	8	6	Проверка контрольных работ
	Тема 2.1. Оператор сдвига и конечные разности.	8	8	2	4	2	
	Тема 2.2. Суммирование и формула Ньютона-	8	6	2	2	2	

	Лейбница для разностей.						
	Тема 2.3. Интерполяционные формулы.	8	6	2	2	2	
3	Раздел 3. Рекуррентные соотношения	8	28	8	10	10	Проверка контрольных работ
	Тема 3.1. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.	8	10	3	4	3	
	Тема 3.2. Неоднородные рекуррентные соотношения.	8	8	2	3	3	
	Тема 3.3. Рекуррентные соотношения с переменными коэффициентами.	8	10	3	3	4	
4	Раздел 4. Производящие функции	8	22	6	8	8	Проверка реферата
	Тема 4.1. Обыкновенные производящие функции.	8	8	2	3	3	
	Тема 4.2. Экспоненциальные производящие функции.	8	6	2	2	2	
	Тема 4.3. Применение производящих функций к решению рекуррентных соотношений.	8	8	2	3	3	
5	Раздел 5. Дискретные	8	16	4	6	6	Проверка реферата

	модели динамических систем						
	Тема 5.1. Разностные уравнения.	8	8	2	3	3	
	Тема 5.2. Дискретные модели популяций и экономики.	8	8	2	3	3	
	Подготовка к зачету с оценкой	8	—	—	—	4	—
	Зачет с оценкой	8	—	—	—	—	—
ИТОГ О			108	28	36	44	

4.2. Содержание дисциплины (модуля)

Раздел 1. Введение в дискретный анализ

Тема 1.1. Дискретные функции. Основные определения.

Определение дискретной функции. Область определения. Способы задания. Примеры дискретных функций (числовые последовательности, функции на конечных множествах).

Тема 1.2. Последовательности и их свойства.

Арифметические и геометрические прогрессии. Сходимость последовательностей. Ограниченные и монотонные последовательности. Предел последовательности.

Раздел 2. Конечные разности и исчисление сумм

Тема 2.1. Оператор сдвига и конечные разности.

Оператор сдвига E . Разностный оператор Δ . Разности первого и высших порядков. Формула для n -ой конечной разности.

Тема 2.2. Суммирование и формула Ньютона-Лейбница для разностей.

Суммирование по частям. Формула Ньютона-Лейбница для разностей. Примеры вычисления сумм с использованием конечных разностей.

Тема 2.3. Интерполяционные формулы.

Формула Ньютона для интерполяции. Интерполяционный многочлен Лагранжа. Применение к обработке дискретных данных.

Раздел 3. Рекуррентные соотношения

Тема 3.1. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.

Понятие рекуррентного соотношения. Линейные рекуррентные соотношения k -го порядка. Характеристическое уравнение. Решение однородных соотношений. Кратные корни.

Тема 3.2. Неоднородные рекуррентные соотношения.

Метод вариации произвольных постоянных. Метод неопределённых коэффициентов. Частное решение для специальных правых частей.

Тема 3.3. Рекуррентные соотношения с переменными коэффициентами.

Метод понижения порядка. Факториальные коэффициенты. Частные случаи.

Раздел 4. Производящие функции

Тема 4.1. Обыкновенные производящие функции.

Определение производящей функции. Операции с производящими функциями. Свойства и примеры.

Тема 4.2. Экспоненциальные производящие функции.

Определение и свойства. Связь с обыкновенными производящими функциями.

Тема 4.3. Применение производящих функций к решению рекуррентных соотношений.

Метод производящих функций для решения линейных рекуррентных соотношений. Примеры.

Раздел 5. Дискретные модели динамических систем

Тема 5.1. Разностные уравнения.

Разностные уравнения как дискретные аналоги дифференциальных. Устойчивость разностных уравнений. Бифуркации в дискретных системах.

Тема 5.2. Дискретные модели популяций и экономики.

Модель Мальтуса. Логистическая модель. Модель паутинообразного рынка. Применение дискретных моделей.

5. Образовательные технологии

№ п/п	Образовательная технология	Описание применения	Темы (разделы)
1	Проблемное обучение	Решение нестандартных рекуррентных соотношений	Разделы 3, 4
2	Работа в малых группах	Групповое решение задач	Разделы 2, 3
3	Информационно-коммуникационные технологии	Использование математических пакетов для анализа дискретных функций	Раздел 5

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ нед.	Тема	Вид самостоятельной работы	Задание	Рекомендуемая литература	Количество часов
1	Тема 1.1. Дискретные функции	Изучение материала	Изучить определение и способы задания	[1], [2]	2

2	Тема 1.2. Последовательно сти	Решение задач	Исследовать сходимость последовательнос тей	[1], [2]	4
3	Тема 2.1. Конечные разности	Решение задач	Вычислить конечные разности	[1], [3]	2
4	Тема 2.2. Суммирование	Решение задач	Вычислить суммы с использованием разностей	[1], [3]	2
5	Тема 2.3. Интерполяция	Решение задач	Построить интерполяционны й многочлен	[1], [3]	2
6	Тема 3.1. Линейные рекуррентные соотношения	Решение задач	Решить 10 рекуррентных соотношений	[1], [3]	3
7	Тема 3.2. Неоднородные	Решение задач	Решить 10 неоднородных соотношений	[1], [3]	3
8	Тема 3.3. Переменные коэффициенты	Решение задач	Решить 5 соотношений с переменными коэффициентами	[1], [3]	4
9	Тема 4.1. Производящие функции	Решение задач	Найти производящие функции для последовательнос тей	[1], [4]	3
10	Тема 4.2. Экспоненциальн ые	Решение задач	Найти экспоненциальны е производящие функции	[1], [4]	2
11	Тема 4.3. Применение	Решение задач	Решить рекуррентные соотношения методом производящих функций	[1], [4]	3
12	Тема 5.1. Разностные уравнения	Решение задач	Решить разностные уравнения	[1], [5]	3

13	Тема 5.2. Модели	Изучение материала	Изучить дискретные модели	[1], [5]	3
14	Подготовка к зачету	Повторение	Подготовка к зачету	Все источники	4

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Изучение теоретического материала. Рекомендуются систематически изучать теоретический материал, обращая внимание на методы решения рекуррентных соотношений.

Решение задач. Самостоятельное решение задач является основным видом внеаудиторной работы.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

Контроль освоения компетенций

№ п/п	Вид контроля	Контролируемые темы (разделы)	Компетенции, компоненты которых контролируются
1	Собеседование	Раздел 1	УК-1, ПК-1
2	Проверка контрольных работ	Разделы 2, 3	УК-1, ПК-1
3	Проверка реферата	Разделы 4, 5	УК-1, ПК-1
4	Зачет с оценкой	Все разделы	УК-1, ПК-1

7. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины (модуля)

7.1. Учебная литература

Основная литература:

1. Романовский, П. И. Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа / П. И. Романовский. – Москва : Наука, 2024.
2. Гельфанд, И. М. Исчисление конечных разностей / И. М. Гельфанд. – Москва : Наука, 2024.
3. Марков, А. А. Исчисление конечных разностей / А. А. Марков. – Москва : Физматлит, 2024.
4. Седжвик, Р. Аналитическая комбинаторика / Р. Седжвик, П. Флажолле. – Москва : МЦНМО, 2024.
5. Холл, М. Комбинаторика / М. Холл. – Москва : Мир, 2024.

7.2. Интернет-ресурсы

1. Math-Net.Ru – общероссийский математический портал.
2. eLibrary.ru – научная электронная библиотека.

7.3. Программное обеспечение

№	Наименование ПО	Назначение
1	Windows / Linux	Базовое ПО
2	Microsoft Office / LibreOffice	Оформление документов

7.4. Материально-техническое обеспечение

№	Оборудование	Количество	Назначение
1	Мультимедийная аудитория	1	Проведение лекций
2	Проектор / интерактивная доска	1	Демонстрация материалов
3	Доска для записей	1	Решение задач

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения

образовательной программы

№ раздела	Название раздела	Формируемые компетенции	Этап формирования
1	Введение в дискретный анализ	УК-1, ПК-1	Начальный
2	Конечные разности	УК-1, ПК-1	Основной
3	Рекуррентные соотношения	УК-1, ПК-1	Основной
4	Производящие функции	УК-1, ПК-1	Основной
5	Дискретные модели	УК-1, ПК-1	Завершающий

2. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**Таблица 2. Сопоставление шкал оценивания**

Традиционная шкала	Балльно-рейтинговая шкала	Уровень сформированности компетенции
«отлично»	86–100	высокий
«хорошо»	71–85	средний
«удовлетворительно»	56–70	пороговый
«неудовлетворительно»	0–55	не сформирована

Таблица 3. Оценивание ответа на вопросы по темам для устного ответа

Критерий	Описание	Баллы (макс. 10)
Полнота и глубина ответа	Полное понимание вопроса, развернутый ответ	3
Логичность и аргументированность	Структурированность, обоснованность выводов	2
Умение применять знания	Иллюстрация теории примерами	3
Качество речи и владение материалом	Свободное владение материалом, корректная терминология	2

Таблица 4. Оценивание подготовки рефератов

Критерий	Баллы (макс. 10)
Соответствие теме и глубина раскрытия	3
Структура и логика	2
Использование источников	2
Оригинальность и самостоятельность	2
Оформление	1

Таблица оценивания зачета

Критерий	Баллы (макс. 20)
Знание теоретического материала	5
Умение решать рекуррентные соотношения	5
Обоснование решения	4
Качество устного ответа	3
Дополнительные вопросы	3

Шкала перевода баллов за зачет: 17–20 = «отлично»; 13–16 = «хорошо»; 10–12 = «удовлетворительно»; 0–9 = «неудовлетворительно».

3. Материалы для проведения текущего контроля знаний и промежуточной аттестации

Вопросы для собеседования и коллоквиума:

1. Определение дискретной функции. Способы задания.
2. Конечные разности. Оператор сдвига.
3. Формула Ньютона-Лейбница для разностей.
4. Интерполяционная формула Ньютона.
5. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.
6. Решение однородных рекуррентных соотношений.
7. Решение неоднородных рекуррентных соотношений.
8. Метод вариации произвольных постоянных.
9. Метод производящих функций.
10. Обыкновенные производящие функции.
11. Экспоненциальные производящие функции.
12. Разностные уравнения.
13. Дискретные модели популяций.
14. Устойчивость разностных уравнений.

Практические задания:

Задание 1. Конечные разности.

1. Вычислить первые, вторые и третьи конечные разности для последовательности $a_n = n^3$.
2. Для последовательности $a_n = 2^n$ найти $\Delta a_n, \Delta^2 a_n, \Delta^3 a_n$.
3. Доказать, что $\Delta(e^{an}) = e^{an}(e^a - 1)$.
4. Найти $\Delta \ln n$.
5. Вычислить $\Delta(n!)$.

Задание 2. Суммирование.

Вычислить суммы:

1. $\sum_{k=1}^n k$

2. $\sum_{k=1}^n k^2$
3. $\sum_{k=1}^n k^3$
4. $\sum_{k=1}^n 2^k$
5. $\sum_{k=1}^n k \cdot 2^k$

Задание 3. Интерполяция.

1. Построить интерполяционный многочлен Ньютона для функции $f(x) = x^3$ по узлам 0, 1, 2, 3.
2. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа для функции $f(x) = \sin x$ по узлам 0, $\pi/6$, $\pi/3$.
3. По данным значениям $f(0) = 1, f(1) = 2, f(2) = 4, f(3) = 8$ построить интерполяционный многочлен.

Задание 4. Рекуррентные соотношения.

Решить соотношения:

1. $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n, a_0 = 1, a_1 = 2$
2. $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n, a_0 = 2, a_1 = 8$
3. $a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n, a_0 = 1, a_1 = 3$
4. $a_{n+2} = -a_{n+1} - a_n, a_0 = 1, a_1 = 0$
5. $a_{n+2} = 2a_{n+1} - a_n + 1, a_0 = 0, a_1 = 1$
6. $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n + 2, a_0 = 0, a_1 = 1$ (числа Фибоначчи с добавлением)
7. $a_{n+2} = 4a_{n+1} - 4a_n + 2^n, a_0 = 1, a_1 = 2$
8. $a_n = 3a_{n-1} - 2a_{n-2} + n, a_0 = 0, a_1 = 1$
9. $a_n = 2a_{n-1} - a_{n-2} + 2^n, a_0 = 1, a_1 = 2$
10. $a_{n+1} = \frac{n+1}{n}a_n + 2n, a_1 = 1$

Задание 5. Производящие функции.

1. Найти производящую функцию для последовательности $a_n = 1$.
2. Найти производящую функцию для $a_n = n$.
3. Найти производящую функцию для $a_n = n^2$.
4. Найти производящую функцию для $a_n = 2^n$.
5. Найти производящую функцию для $a_n = \binom{n}{k}$.
6. С помощью производящих функций решить соотношение $a_{n+2} = 3a_{n+1} - 2a_n, a_0 = 1, a_1 = 2$.
7. С помощью производящих функций решить соотношение $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n, a_0 = 0, a_1 = 1$.

Задание 6. Разностные уравнения.

1. Решить уравнение $y_{n+1} - y_n = 2, y_0 = 1$.

2. Решить уравнение $y_{n+1} = 2y_n$, $y_0 = 3$.
3. Решить уравнение $y_{n+2} - 3y_{n+1} + 2y_n = 0$, $y_0 = 1, y_1 = 2$.
4. Исследовать на устойчивость разностное уравнение $y_{n+1} = 2y_n - y_{n-1}$.

Задание 7. Дискретные модели.

1. Построить дискретную модель роста популяции по закону $N_{t+1} = rN_t$. Найти условие вырождения.
2. Для логистической модели $N_{t+1} = rN_t(1 - N_t)$ найти неподвижные точки и исследовать устойчивость при различных r .
3. Модель паутинообразного рынка: $S_t = aP_t, D_t = b - cP_{t+1}$. Найти равновесную цену и условие устойчивости.

Зачет с оценкой

Пример билета:

Билет № 1

1. Конечные разности. Основные свойства. Применение.
2. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Решение однородных соотношений.
3. Производящие функции: определение и применение к решению рекуррентных соотношений.

Практическое задание: Решить рекуррентное соотношение $a_{n+2} = 2a_{n+1} + 3a_n$, $a_0 = 1, a_1 = 2$.

Лист изменений рабочей программы

Учебный
год

Решение кафедры (№
протокола, дата)

Внесенные
изменения

Подпись зав.
кафедрой

Рабочая программа дисциплины **Б1.В.ДВ.05.02 ТЕОРИЯ ДИСКРЕТНЫХ ФУНКЦИЙ** составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки **01.03.01 Математика** (уровень высшего образования бакалавриат), утвержденного Приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. N 8 "Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.01 Математика" (с изменениями и дополнениями) (Редакция с изменениями N 1456 от 26.11.2020, С изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г.), с учетом профессионального стандарта 01Образование и наука, утвержденного приказом Министерства труда и социальной защиты Российской Федерации от «5» августа 2021 г. № 30550

Протокол № 8 от «27» апреля 2026г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета Протокол № 6 от «28» апреля 2026 г